

(赤字注釈追加 2017.01.24)

安定ポケットの理解と実用

応用事例 1

プロセスダンピングによる低速安定性の利用

1. 理論モデル

切削速度を極端に低くすると、びびりが抑制できることは古くから知られており、その原因は刃先にプロセスダンピングと呼ばれる減衰力が作用するためである。

プロセスダンピングに関して、Das Tobias [参考文献 1-3] らは図 1 に示すように、工具刃先が加工面に対して垂直な X 方向に振動しながら切削を行う場合に、静的切削合力 F の作用方向が、刃先の瞬間切削方向に傾斜して破線で示すようになるという仮説によって説明している。

このような 1 自由度方向の振動切削状態において発生する振動減衰力 F_p の大きさがこの仮説から計算される値となることは、その後の実験的な研究 [参考文献 4-6] によって確認されている。

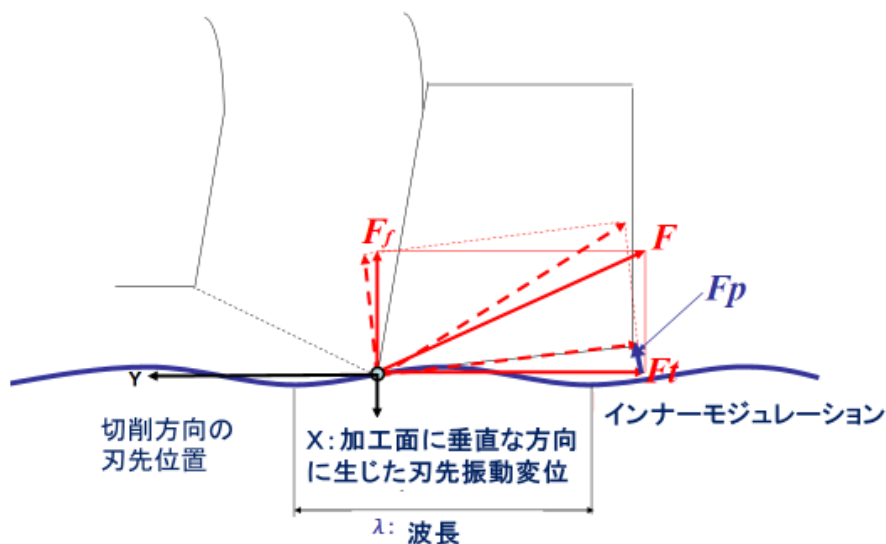


図 1 Das Tobias [参考文献 1-3]らの静的切削合力 F の作用方向が、刃先の瞬間切削方向に傾斜するという仮説の説明

2. 臨界切削回転速度

このように確認されている振動減衰力の発生を考慮すればある限度以下に回転速度を下げると、いかなる重切削においてもびびりが生じなくなる、臨界切削回転速度 S_{as} のあることが明らかとなっている。

ミリング加工の場合の臨界切削回転速度の値は次の(1)式で計算する。

$$\text{(主軸回転数, rpm)} = 120 \text{(固有振動数, Hz)} \gamma C_s h / \text{(工具直径, mm)} \quad \dots(1)$$

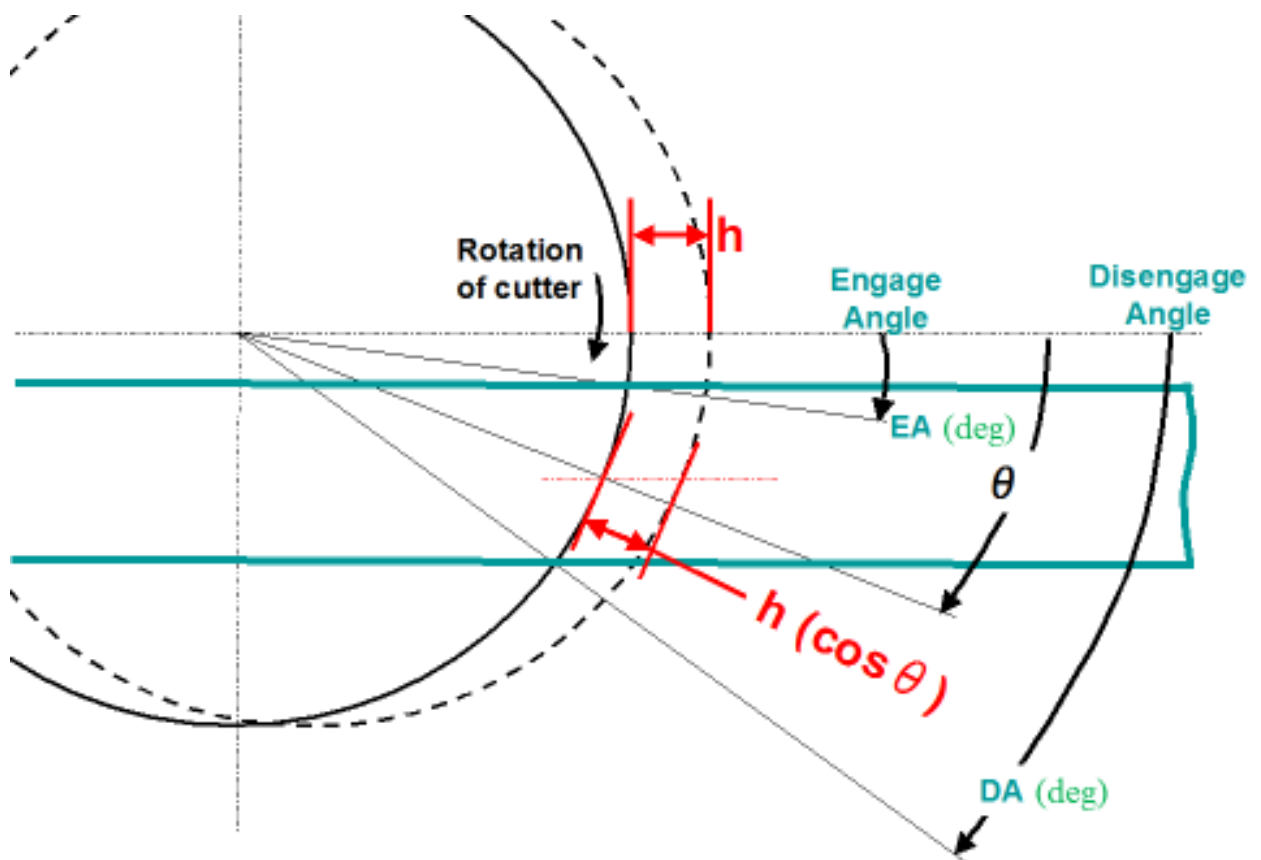


図2 ミリングの幾何学的関係

EA と DE はそれぞれエンゲージ角およびデイスエンゲージ角(arc deg, 角度、度)

3. 諸係数の説明

3.1 Cs

(1) 式中の係数 C_s は一刃当たりの送り h に対する平均実効切削厚さ h_{av} の比で、ミリング加工特有の図2に示すような幾何学的な関係から、その値は次の式でもとめられる。

$$C_s = \frac{\int_{EA}^{DA} (\cos \theta) d\theta}{\int_{EA}^{DA} d\theta} = \frac{180(\sin DA - \sin EA)}{(DA - EA)\pi} \quad \dots (2)$$

ディスクエンゲージ角を $DE=90\text{deg}$ と固定して、エンゲージ角を $EA=-90\text{deg}$ から $+90\text{deg}$ まで変化する場合の C_s は次の図3のように計算され、エンゲージ角が $EA=40$ 度の時に C_s の値は最大値 0.724 となる。

なお、連続加工（旋削、ボーリング、ドリリング）の場合は、 $C_s=1$ となる。

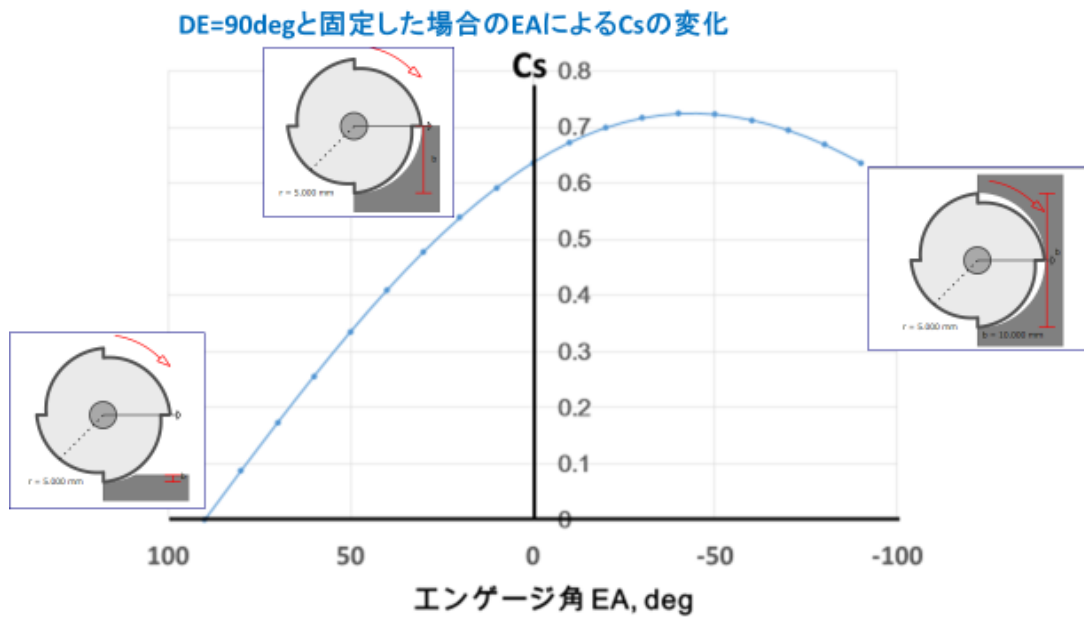


図3 ミリングの場合の一刃当たりの送り h に対する平均実効切りくず厚さ h_{av} の比 C_s の計算結果

3.2 γ .

次に (1) 式中の γ は切削送り分力に対する主分力の比である。

ミリング加工の荒加工の場合にはエンゲージ角が負方向に大きな角度を取る図3の右側の状況であるので C_s の値は 0.63-0.72 と大きく、したがって S_{as} も大きな値をとる可能性があり、この Das Tobias (1960-64)のモデルによるプロセスダンピングの効果は荒加工には有効であろうと期待される。

仕上げ加工では、図3の左側の状況となり、 C_s の値は小さくしたがって S_{as} の値も小さく、仕上げ加工には効果が失われることが判る。

3.3 臨界切削回転速度への漸近線

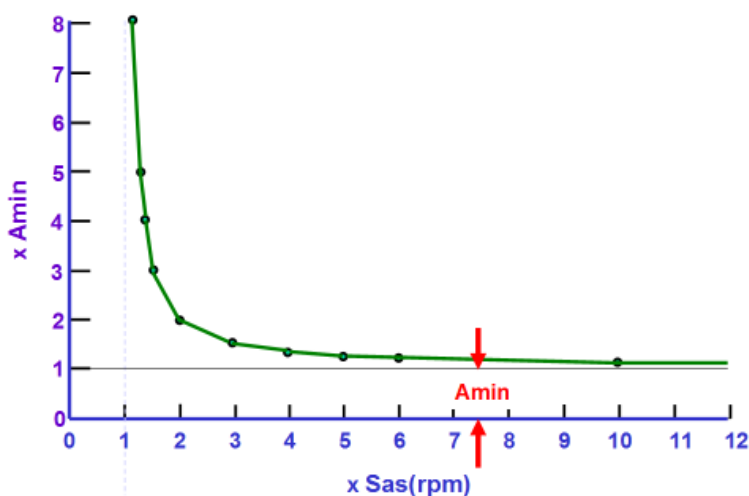


図4 切削速度を低下させ、臨界切削回転速度 S_{as} に漸近させる場合の安定限界切込み A_{min} の増大

切削速度を下げて、(13)式で計算される臨界切削回転速度 S_{as} に近づけると安定限界切込み A_{min} (軸方向) は図5に示すように増大し、 S_{as} において無限大の切込みが可能となる。

3.4 臨界切削回転速度 S_{as} を高める要因

第1節の理論モデルから、振動減衰力 F_p の発生は静的切削力 F の接線方向分力 F_t に起因しているから、静的切削力 F が大きいような加工条件において臨界切削回転速度 S_{as} が高くなる。そのためには図3に示された係数 C_s が大きくなるように切削幅を設定する。つまり切削幅(インマージョンと呼ばれている)が大きくなるようなエンゲージ、ディスエンゲージ角の設定が有効である。また一刃当たりの送り h を大きくとることが有効である。軸方向切込みとカッターの刃数、刃形形状、被削材質などのパラメータは関与しない。

半径方向切込みの小さい (DE=90 度で EA も 90 度に近い、つまりインマージョンの小さい、仕上げ加工の) 場合の臨界切削回転速度は低くなるので有効性が失われる。

〔数値例 1〕 インマージョンが小さく、送りも小さいため、主軸回転数を低くとらねばならない例。

〔工具条件〕

工具直径 20

〔切削条件〕

$f = h = 0.05\text{mm/tooth}$ 、エンゲージ角 30 度、デイスエンゲージ角 90 度、半径方向切り込み 5mm, $\gamma = 2.2563$, $Cs = 180(1 - \sin 30\text{deg}) / (90 - 30) \pi = 0.478$

〔固有振動数〕 1,000 Hz

主軸回転数(rpm) = $60 (\text{固有振動数, Hz}) \gamma (Cs \times h) / (\text{工具直径, mm})$

$$= 120 \times 1000 \times 2.2563 \times (0.478 \times 0.05) / 20$$

$$= 323\text{rpm} (V=20\text{m/min})$$

〔数値例 2〕 インマージョンは小さいが、固有振動数が高いため、主軸回転数を高くとることができる例。

〔工具条件〕

工具直径 10

〔切削条件〕

$f = h = 0.2\text{mm/tooth}$ 、半径方向切込み 0.2mm ダウンカット、エンゲージ角 73.74 度、デイスエンゲージ角 90 度、 $\gamma = 2.2563$, $Cs = 180(1 - \sin 73.74\text{deg}) / (90 - 73.74) = 0.04 / 0.284 = 0.1408$

〔固有振動数〕 1,851 Hz

主軸回転数(rpm) = $120 (\text{固有振動数, Hz}) \gamma (Cs \times h) / (\text{工具直径, mm})$

$$= 120 \times 1851 \times 2.2563 \times (0.1408 \times 0.2) / 10$$

$$= 1,411\text{rpm} (V=44\text{m/min})$$

〔数値例 3〕 インマージョンを大きくとり主軸回転数を高くとることができる例。

〔工具条件〕

工具直径 50

〔切削条件〕

$f = h = 0.3\text{mm/tooth}$ 、エンゲージ角(-)40度、デイスエンゲージ角 90度、半径方向切り込み 41mm, $h=0.3$, $\gamma = 2.2563$, $C_s=0.724$

〔固有振動数〕 1,000Hz

主軸回転数 (rpm) = $120 (\text{固有振動数, Hz}) \gamma (C_s \times h) / (\text{工具直径, mm})$

= $120 \times 1000 \times 2.2563 \times (0.724 \times 0.3) / 50$

= 1,176rpm (V=185m/min)

5. 結言

以上が臨界切削回転速度以下に切削速度を下げると、いかなる重切削においてもびびりが生じなくなる、Das, Tobias (1960-64) の理論モデルによるプロセスダンピング効果の原理とそれに基づく主軸回転数の計算方法である。

〔参考文献〕

- [1] M. K. Das and S. A. Tobias: The Basis of a Universal Machinability Index, Proc. 5th Int. MTDR Conf., (1964) 183.
- [2] M. K. Das and S. A. Tobias: Statistical Basis of a Universal Machinability Chart, Proc. 6th MTDR Conf., (1965) 719.
- [3] M. K. Das and S. A. Tobias: The Relation between the Static and the Dynamic Cutting of Metals, Int. J. MTDR, 7 (1967) 63.
- [4] T. Hoshi and K. Okushima, Cutting dynamics associated with vibration normal to cut surface, Annals CIRP 21/1, 1972, 101
- [5] T. Hoshi and T. Takemura, Cutting Dynamics Associated with Vibration Normal to Cut Surface, Memoirs of Faculty of Engineering, Kyoto University, Vol. XXXIV, Part 4 (OCTOBER 1972) 373.
- [6] 竹村正、京都大学博士学位論文、1977

付録 臨界切削回転数(1)式の誘導

式(1)はきわめて有効な計算式であるが、どのようにして導出されたのか説明する。

1. プロセスダンピングの数学モデル

先に図1に示した仮説はインナーモジュレーションの虚数部効果と呼ばれる現象で、次のように数式で表される。すなわち1自由度方向の振動切削状態において発生する振動減衰力 F_p の大きさは切削幅 b に比例するから以下の式でしめされる：

$$F_p = \frac{bF_t \left(\frac{dX}{dt} \right)}{\frac{dY}{dt}} = \frac{bF_t (-j2\pi(\text{振動周波数、Hz})X)}{(\text{切削速度 } mm/sec)} \quad \dots (3)$$

図1に示した波長 λ は:

$$\lambda = \frac{(\text{切削速度、 } mm/sec)}{(\text{振動周波数、 } Hz)} \quad \dots (4)$$

であるからこれを代入すると、上記の F_p は:

$$F_p = \frac{bF_t (-j2\pi)X}{\lambda} \quad \dots (5)$$

これから振動変位 X が変動力 F_p を発生する動剛性 FRF T_{px} は

$$T_{px} = \frac{bF_p}{X} = \frac{(-j)2\pi bF_t}{\lambda} \quad \dots (6)$$

切削抵抗の主分力（接線分力） F_t と送り分力 F_f は切削前の切りくず厚さ h と切削幅 b に対して2次元旋削実験で計測して、計算されている。

2. プロセスダンピングと安定限界の関係

2.1 プロセスダンピングが無い場合の安定限界

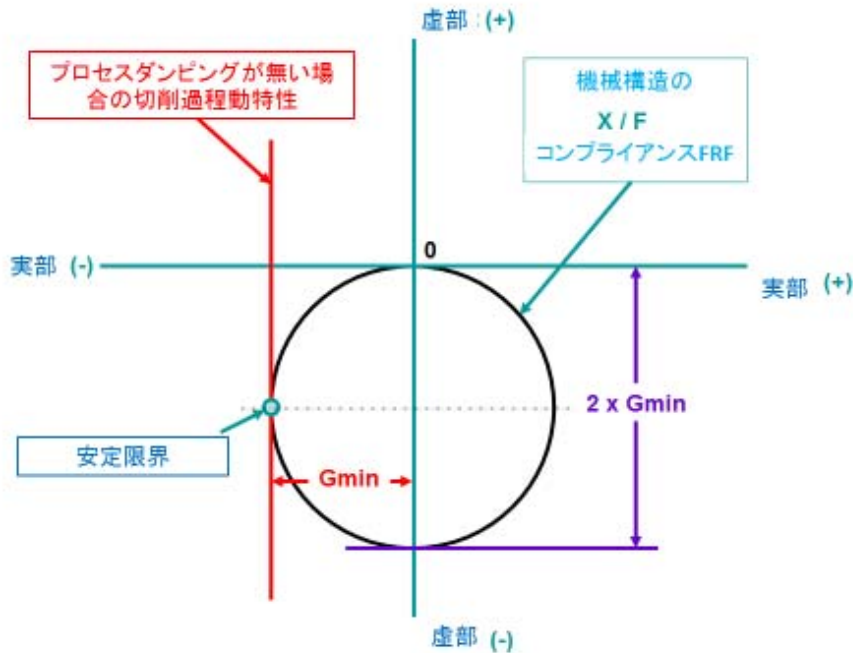


図6 コンプライアンス FRF の極座標表示における通常安定限界の表示
 上の図6はプロセスダンピングが無い場合の安定限界を示しており、切削過程のコンプライアンス FRF が赤色の垂直な直線で表されている。最大負実部と呼ばれる変数 G_{min} が無条件安定限界 A_{min} と次式の関係にある。

$$A_{min} = \frac{1}{2 K_{fc} G_{min}} \quad \dots (7)$$

この A_{min} はプロセスダンピングが無い場合の無条件安定限界切削幅（つまり軸方向切込み）である。ミリングで重要なもう一つの半径方向切込みは図2でエンゲージ角 EA とディスクエンゲージ角 DA によって指定されている。

ただし上式(7)は、再生効果の程度を表す重複係数が1となる加工状況（たとえば溝幅 b の旋削溝入れ、軸方向切込み b のエンドミル加工）にのみ成立する。それ以外の重複係数が1より小さい加工状況では、切削加工動特性が図6において赤色の垂直な直線より左側の範囲に描かれる曲線となるため、機械構造動特性線と接して安定限界となるためには切削幅 b の値は(7)式の A_{min} の値より大きな値となる。

2.2 プロセスダンピングが有る場合の安定限界

図6はコンプライアンス FRF の極座標表示であったが、コンプライアンスの逆数である動剛性 FRF の極座標表示においては、次の図7に示すように、プロセスダンピングが無い場合の切削過程動特性は右上部に赤色実線の小円で表されている。

小円に接して描かれている水平線は機械構造の動特性 FRF であり、図6のコンプライアンス極座標表示では円であったものが図7の動剛性の極座標表示では水平な直線で表される。この水平線の原点 **0** からの距離は最小動剛性であり、それは図6における最大コンプライアンス **2xGmin** の逆数 $1/(2Gmin)$ に等しい。

小円の中心点はインナーモジュレーションに対応し、円自体はアウターモジュレーションに対応している。

プロセスダンピングが有る場合には、円の中心点が T_{px} の値だけ下方に移動し、それに伴って、安定限界に達する状況の切削幅 $b=A_{lim}$ の値が大きくなる。

下方に移動した円の中心点と機械動剛性を表す最上部の水平線との距離は破線で示すアウターモジュレーションが安定限界に達する場合の切削幅 $b=A_{lim}$ に K_{fc} を乗じた値となる。

この表記を用いて、切削主分力の大きさ F_t は次のようにあらわされる。

$$F_t = K_{tc} \times b \times h \quad \dots (9)$$

図7において破線で示すアウターモジュレーションが安定限界に達する場合の切削幅 b は A_{lim} に K_{fc} を乗じた値であるからプロセスダンピングによる減衰力の発生する式(6)の剛性 T_{px} は、式(6)に式(9)を用いて、 $b = A_{lim}$ と置くことにより

$$T_{px} = \frac{(-j)2\pi K_{tc} A_{lim} h}{\lambda} \quad \dots (10)$$

ただしここで切削前の切りくず厚さ h は先の図2に示したミリング加工の幾何学的特性から切削中の平均値を取る必要があるため、式(2)による係数 C_s (図3) を乗じた値となる。 C_s はミリング加工に特有な係数であり、旋削、ボーリング、ドリリングなどの場合には1の値となる。

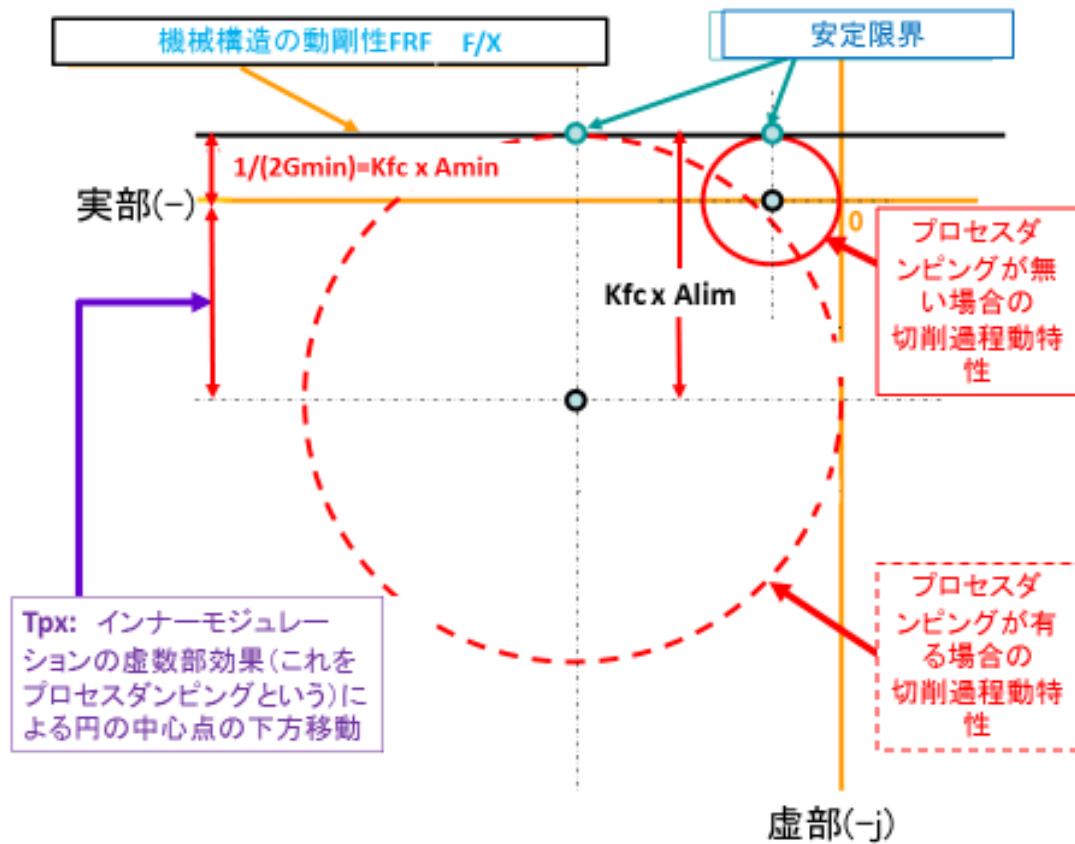


図7 動剛性 FRF の極座標表示における安定限界の表示

図4中に示した切削力送り分力と主分力の比を表すパラメータ γ を使い、また図7中に見られる $K_{fc}A_{lim} = K_{fc}A_{min} + T_{px}$ の加法性と(10)式を引用し、両辺を K_{fc} で割り

$$\gamma = \frac{K_{tc}}{K_{fc}}$$

を用いると

$$A_{lim} = A_{min} + \frac{T_{px}}{K_{fc}} = A_{min} + \frac{2\pi\gamma A_{lim} C_s h}{\lambda} \quad \dots (11)$$

$$A_{lim} = \frac{A_{min}}{\left(1 - \frac{2\pi\gamma(h_0 - C_s h)}{\lambda}\right)}$$

波長 λ は

$$\lambda = \frac{\pi \times (\text{工具直径}) \times (\text{主軸回転数, rpm})}{60 \times (\text{固有振動数})}$$

であるからこれを上式に代入すると最終的にプロセスダンピングを考慮した安定限界 A_{lim} は、考慮しないそれ A_{min} に対し次の関係となる。

$$A_{lim} = \frac{A_{min}}{\left(1 - \frac{120(\text{固有振動数}) \gamma \times C_s h}{(\text{工具直径}) \times (\text{主軸回転速度, rpm})}\right)} \quad \dots (12)$$

(12)式の分母をゼロとするような主軸回転速度 S_{as} は A_{lim} が無限大となる臨界切削回転数を与えるから冒頭の(1)式が得られる。

$$S_{as}(\text{rpm}) = 120 (\text{固有振動数, Hz}) \gamma C_s h / (\text{工具直径, mm}) \quad \dots (1)$$

旋削とボーリングの場合には上式において、係数 C_s を 1 とする。

以上